РОЗДІЛ 10. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВИТКУ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ДИНАМІЧНОЇ МІЖГАЛУЗЕВОЇ ЕКОНОМІКИ З РІЗНИМИ ВИДАМИ ДІЯЛЬНОСТІ

OPTIMAL GROWTH MODELLING OF THE GENERALIZED DYNAMIC INTERINDUSTRY ECONOMICS WITH VARIOUS KINDS OF ACTIVITY

УДК 330.101:519.866

Бойчук М.В.
к.ф.-м.н.,
доцент кафедри економіко-математичного моделювання
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Маханець Л.Л.
к.е.н.,
доцент кафедри економіко-математичного моделювання
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Запропоновано модель оптимального розвитку узагальненої динамічної міжгалузевої економіки з різними видами діяльності (виробничими технологіями). У математичному плані модель є задачею оптимального керування, де керуваннями виступають споживання, валові інвестиції, праця, рівень діяльності та кінцевий попит. Проведено її дослідження. Оптимальні керування за валовими інвестиціями, за споживанням та за робочою силою можна визначити одним із числових методів розв'язування задач нелінійного програмування. Визначено оптимальний процес.
Ключові слова: *модель, узагальнена міжгалузева економіка, різні види діяльності, оптимальні траєкторії, оптимальні керування.*

Предложена модель оптимального развития обобщенной динамической межотраслевой экономики с различными видами деятельности (производственными технологиями). В математическом плане модель является задачей оптимального управления, где управлениями выступают потребление, валовые инвестиции, труд, уровень деятельности и конечный спрос. Проведено ее исследование. Оптимальные управления по валовым инвестициями, по потреблению и по рабочей силой можно определить одним из численных методов решения задач нелинейного программирования. Определен оптимальный процесс.
Ключевые слова: *модель, обобщенная межотраслевая экономика, различные виды деятельности, оптимальные траектории, оптимальные управления.*

The model of optimal growth of a generalized dynamic interindustry economics with various kinds of activity (production technologies) is proposed in the paper. In mathematical terms, the model is the task of optimal control. Control in model consists of consumption, gross investment, labour, level of activity and final demand. The model was explored. Optimal control of gross investment, consumption and labour force can be identified as one of the numerical methods for solving nonlinear programming tasks. The optimal process is determined.
Key words: *model, generalized interindustrial economy, different types of activities, optimal trajectories, optimal control.*

Постановка проблеми. У моделі міжгалузевих зв'язків (моделі Леонтьєва) припускається, що в кожній галузі маємо тільки одну виробничу технологію (процес або вид діяльності) [1, с. 157–197]. Ослабивши це обмеження і припустивши, що кожна галузь володіє декількома, але скінченим числом технологій, одержимо модель, яка називається узагальненою моделлю Леонтьєва [1, с. 239–245], тобто узагальненою моделлю міжгалузевих зв'язків із різними видами діяльності (виробничими технологіями).

Тому актуальним як у теоретичному, так і в практичному плані є дослідження оптимальних динамічних систем з узагальненими міжгалузевими зв'язками за різних видів діяльності. Крім того, галузь або декілька галузей не інвестують інші галузі на рівні великих концернів або держави.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сьогодні дослідження оптимальних динамічних систем проводиться у двох напрямах.

До *першого напряму* належать роботи [2; 3] та ін., у яких для дослідження оптимальних динамічних систем використовуються необхідні умови оптимальності – принцип Понтрягіна.

До *другого напряму* належать роботи [4; 5] та ін., у яких для дослідження використовуються достатні умови оптимальності.

У цій статті для дослідження оптимальної динамічної системи з узагальненим міжгалузевим зв'язком за різних видів діяльності використовуються достатні умови оптимальності.

Постановка завдання. Мета статті – запропонувати модель оптимального розвитку узагальненої динамічної міжгалузевої економіки з різними видами діяльності й провести її дослідження.

Виклад основного матеріалу дослідження. Економіко-математична модель

Сформулюємо припущення для побудови економіко-математичної моделі.

Припущення 1. Будемо вважати, що в економіці випускається m видів продукції. Позначимо через $A=(a_{ij}^{(l)})$ узагальнену матрицю прямих затрат (узагальнена матриця Леонтьєва – технологічна матриця), $l=\overline{1,\nu(j)}$ ($\nu(j)$ – кількість виробничих технологій у відповідній галузі), $i,j=\overline{1,m}$ та d – вектор коефіцієнтів затрат живої праці

$$\begin{array}{cccc} \text{\textit{галузь} 1} & \text{\textit{галузь} 2} & & \text{\textit{галузь} } m \end{array}$$
$$A = \begin{pmatrix} a_{11}^{(1)} \ldots a_{11}^{(\nu(1))} & a_{12}^{(1)} \ldots a_{12}^{(\nu(2))} & \cdots & a_{1m}^{(1)} \ldots a_{1m}^{(\nu(m))} \\ a_{21}^{(1)} \ldots a_{21}^{(\nu(1))} & a_{22}^{(1)} \ldots a_{22}^{(\nu(2))} & \cdots & a_{2m}^{(1)} \ldots a_{2m}^{(\nu(m))} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1}^{(1)} \ldots a_{m1}^{(\nu(1))} & a_{m2}^{(\nu(1))} \ldots a_{m2}^{(\nu(2))} & \cdots & a_{mm}^{(1)} \ldots a_{mm}^{(\nu(m))} \end{pmatrix},$$

$$d = \left(d_1^{(1)}, \ldots, d_1^{(\nu(1))}, d_2^{(1)}, \ldots, d_2^{(\nu(2))}, \ldots, d_m^{(1)}, \ldots, d_m^{(\nu(m))}\right)',$$

($'$) – операція транспонування матриці.

Матриця коефіцієнтів випуску одержується з одиничної матриці шляхом її розширення:

$$E = \begin{pmatrix} 1\ldots1 & 0\ldots0 & \ldots\ldots & 0\ldots0 \\ 0\ldots0 & 1\ldots1 & \ldots\ldots & 0\ldots0 \\ . & . & . & . \\ 0\ldots0 & 0\ldots0 & \ldots\ldots & 1\ldots1 \end{pmatrix}.$$

Позначимо вектор обсягу проміжної продукції (рівень діяльності) через X, а вектор кінцевого попиту (випуску) через Y:

$$X = \begin{pmatrix} X_1^{(1)} \\ \vdots \\ X_1^{(\nu(1))} \\ \vdots \\ X_m^{(\nu(m))} \end{pmatrix}, \qquad Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{pmatrix}.$$

Кожна галузь вибирає з числа доступних їй технологій одну визначену технологію, тобто визначається із нерівностей:

$$(E - A)X(t) \ge Y(t),$$
$$X(t) \ge 0, t \in [t_0, T]$$

або в покомпонетній формі:

$$\sum_{j=1}^{\nu(i)} X_i^j(t) - \sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{\nu(j)} a_{ij}^{(l)} X_j^{(l)}(t) \ge Y_i(t),$$
$$X_i^{(j)}(t) \ge 0, \; j = 1, \ldots, \nu(i), \; i = \overline{1, m}. \tag{1}$$

Припущення 2. Зауважимо, що, крім внутрішніх ресурсів, які є звичайними продуктами, існують і ще зовнішні ресурси та ті, максимальний обсяг яких обмежений, тобто так звані обмежені чинники виробництва. Реалістично вважати, що рівень діяльності обмежений не тільки працею, а й залежно від вибору часового терміну виробництва основними фондами, головними елементами яких є виробничі споруди і станки, а також земля та багато інших важливих ресурсів. Обмеження рівня діяльності можна виразити у вигляді системи нерівностей типу «$\le$». Якщо позначити обсяг ресурсу i, який необхідний для випуску одиниці продукції кожного процесу в галузі j як

$$\gamma_{ij}^{(l)}, \text{ де } l = \overline{1, \nu(i)}, \; i = \overline{1, m}, \; j = \overline{1, m},$$

а наявні обсяги ресурсів j як

$$\gamma_i, \text{ де } i = \overline{1, m},$$

то реально досягнутий обсяг випуску повинен відповідати такій умові (нерівності):

$$\Gamma X(t) \le \gamma, \; t \in [t_0, T],$$

де

$$\begin{array}{cccc} \text{\textit{галузь} 1} & \text{\textit{галузь} 2} & & \text{\textit{галузь} } m \end{array}$$
$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{1,1}^{(1)} \ldots \gamma_{1,1}^{(\nu(1))} & \gamma_{1,2}^{(1)} \ldots \gamma_{1,2}^{(\nu(2))} & \cdots & \gamma_{1,m}^{(1)} \ldots \gamma_{1,m}^{(\nu(m))} \\ \gamma_{2,1}^{(1)} \ldots \gamma_{2,1}^{(\nu(1))} & \gamma_{2,2}^{(1)} \ldots \gamma_{2,2}^{(\nu(2))} & \cdots & \gamma_{2,m}^{(1)} \ldots \gamma_{2,m}^{(\nu(m))} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{m,1}^{(1)} \ldots \gamma_{m,1}^{(\nu(1))} & \gamma_{m,2}^{(1)} \ldots \gamma_{m,2}^{(\nu(2))} & \cdots & \gamma_{m,m}^{(1)} \ldots \gamma_{m,m}^{(\nu(m))} \end{pmatrix},$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma^1 \\ \gamma^2 \\ \vdots \\ \gamma^m \end{pmatrix}$$

або в компонентній формі:

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{\nu(j)} \gamma_{ij}^{(l)} X_j^{(l)}(t) \le \gamma_i, \; i = \overline{1, m}, \; t \in [t_0, T]. \tag{2}$$

Припущення 3. Рівень діяльності $X_i^{(j)}$ є макровиробничою функцією $F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}, L_i^{(j)}\right)$ капіталу $K_i^{(j)}$ та робочої сили $L_i^{(j)}$, $j = \overline{1, \nu(i)}$, $i = \overline{1, m}$ із властивостями: двічі неперервно-диференційованими на декартовому добутку $\left\{K_i^{(j)} \ge 0\right\} \times \left\{L_i^{(j)} \ge 0\right\}$, монотонно зростаючими за кожним з аргументів [6, с. 6–14], тобто:

$$X_i^{(j)}(t) = F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}, L_i^{(j)}(t)\right),$$
$$j = \overline{1, \nu(i)}, \; i = \overline{1, m}, \; t \in [t_0, T]. \tag{3}$$

Припущення 4. На робочі сили накладаються обмеження:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{\nu(i)} L_j^{(i)}(t) \le Q, \; L_j^{(i)} \ge 0, \; t \in [t_0, T]. \tag{4}$$

Припущення 5. Динаміка руху капіталу відбувається за таким законом:

$$K_i^{(j)}(t) = -\mu_i^{(j)} K_i^{(j)} + I_i(t),$$
$$t \in [t_0, T], \; j = \overline{1, \nu(i)}, \; i = \overline{1, m}, \tag{5}$$

де $K_i^{(j)}(t) \equiv dK_i^{(j)}/dt$ –приріст капіталу (прибуток);

$\mu_i^{(j)} \in (0;1)$ – норма амортизації капіталу;

I_i – валові інвестиції.

Припущення 6. Здається початковий стан капіталу:

$$K_i^{(j)}(t_0) = K_{i0}^{(j)}, \; j = \overline{1, \nu(i)}, \; i = \overline{1, m}. \tag{6}$$

Припущення 7. На кінцевий стан капіталу накладається обмеження:

$$K_i^{(j)}(T) \ge K_{iT}^{(j)}, \; j = \overline{1, \nu(i)}, \; i = \overline{1, m}. \tag{7}$$

Припущення 8. Кінцевий попит Y_i дорівнює сумі невиробничого споживання C_i та валових інвестицій I_i, на споживання накладається обмеження, тобто:

$$Y_i(t) = C_i(t) + I_i(t), \quad (8)$$

$$C_i(t) \geq C_i^{(\min)} \equiv const, \ i = \overline{1, m}, \ t \in [t_0, T]. \quad (9)$$

Припущення 9. За критерій мети візьмемо мінімізацію середнього (інтегрального) обсягу живої праці на часовому відрізку $[t_0, T]$:

$$\int_{t_0}^{T} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{\nu(i)} d_i^{(j)} X_i^{(j)}(t)\,dt \to \min. \quad (10)$$

У математичному плані модель (1)–(10) є задачею оптимального керування, де керуваннями виступають споживання C_i, валові інвестиції I_i, жива праця $L_i^{(j)}$, рівень діяльності $\mathrm{X}_i^{(j)}$ та кінцевий попит Y_i, $j = \overline{1, \nu(i)}$, $i = \overline{1, m}$, а фразовою траєкторією – капітал $K_i^{(j)}$, $j = \overline{1, \nu(i)}$, $i = \overline{1, m}$.

Дослідження математичної моделі

Дослідження моделі (1)–(10) проведемо з достатніх умов оптимальності [6, с. 15–16], за якими треба оптимізувати дві функції багатьох змінних:

$$R(t,K,I,C,L) \equiv \partial V/\partial t + \sum_{i=1}^{m}\left\{-\sum_{j=1}^{\nu(i)}\left[-\mu_i^{(j)}K_i^{(j)} + I_i\right]\right\} + $$
$$+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{\nu(i)} d_i^{(j)} F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}, L_i^{(j)}\right) \to \max_{I_i, C_i, K_i^{(j)}}, \quad (10)$$

$$\Phi(T, K(T)) = \min_{K(T) \geq K_T} V(T, K(T)), \quad (11)$$

де $V(t,K)$ – шукана неперервно-диференційована функція один раз по $t \in [t_0, T]$ та двічі по $K_i^{(j)}$ (≥ 0).

Невідому функцію V будемо шукати у вигляді:

$$V(t,K) = -\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{\nu(i)} K_i^{(j)}(t), \ t \in [t_0, T]. \quad (12)$$

Підставимо (12) в (10) і (11), отримаємо:

$$\sum_{i=1}^{m}\left[\sum_{j=1}^{\nu(i)} d_i^{(j)} F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}, L_i^{(j)}\right) - \mu_i^{(j)} K_i^{(j)}(t) + I_i(t)\right] \to \max_{K,I,C,L}. \quad (13)$$

А із задачі оптимізації (11) маємо:

$$K_i^{(j)}(T) = K_{iT}^{(j)}, \ j = \overline{1, \nu(i)}, \ i = \overline{1, m}.$$

До задачі оптимізації допишемо обмеження (1), (2) за (3) та (6), (7), (8) і (9):

$$\sum_{j=1}^{\nu(i)} F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}(t), L_i^{(j)}(t)\right) - \sum_{j=1}^{\nu(i)}\sum_{l=1}^{j} a_{ij}^{(l)} F_j^{(l)}\left(K_j^{(l)}, L_j^{(l)}\right) \geq C_i(t) + I_i(t),$$
$$i = \overline{1, m},$$

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{\nu(l)} \gamma_{ij}^{(l)} F_j^{(l)}\left(K_j^{(l)}(t), L_j^{(l)}(t)\right) \leq \gamma_i, \ i = \overline{1, m}, \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{\nu(i)} L_i^{(j)}(t) \leq Q, \ I_i(t) \geq 0, \ C_i(t) \geq C_i^{(\min)}, \ L_i^{(j)}(t) \geq 0,$$

$$K_i^{(j)}(t_0) = K_{i0}^{(j)}, \ K_i^{(j)}(T) \geq K_{iT}^{(j)}, \ j = \overline{1, \nu(i)}, \ i = \overline{1, m}.$$

Отримали задачу опуклого програмування (13)–(14), яка за теоремою Куна-Таккера без обмежень $K_i^{(j)}(T) \geq K_{iT}^{(j)}$, $j = \overline{1, \nu(i)}$, $i = \overline{1, m}$ має розв'язок [7, с. 195–199]. За врахування обмежень $K_i^{(j)}(T) \geq K_{iT}^{(j)}$, $j = \overline{1, \nu(i)}$, $i = \overline{1, m}$ задача опуклого програмування (13)–(14) може не мати розв'язку. Це означає, що кінцеві стани капіталів недосяжні. У цьому разі необхідно послабити умови на вхідну інформацію задачі (1)–(10).

Нехай задача опуклого програмування (13)–(14) має розв'язок – оптимальні керування за валовими інвестиціями $I_{оп}$, за споживанням $C_{оп}$ та за робочою силою $L_{оп}$, які можна визначити одним із числових методів розв'язування задач нелінійного програмування [8].

Оптимальні керування за рівнем діяльності та за кінцевим попитом обчислюються за формулами:

$$X_{i\,оп}^{(j)}(t) = F_i^{(j)}\left(K_{i\,оп}^{(j)}(t), L_{i\,оп}^{(j)}(t)\right),$$

$$Y_{i\,оп}(t) = C_{i\,оп}(t) + I_{i\,оп}(t), \ j = \overline{1, \nu(i)}, \ i = \overline{1, m}.$$

Відповідні оптимальні траєкторії за капіталами $K_{j\,оп}^{(\nu(i))}(t)$ обчислюється методом Рунге-Кутти [9, с. 167–181] з початкової задачі (1)–(2) за $I_i = I_{i\,оп}$.

Таким чином, визначили оптимальний процес $\{K_{оп}(t), \ I_{оп}(t), \ C_{оп}(t), \ L_{оп}(t), \ \mathrm{X}_{оп}(t), \ Y_{оп}(t), \ t \in [t_0, T]\}$.

Зауваження 1. Вищеописана методика справедлива для критерія мети за досконалої конкуренції:

$$\int_{t_0}^{T}\sum_{i=1}^{m}\left[p_i Y_i(t) - I_i(t)\right]dt \to \max,$$

де p_i – ціна i-ої продукції кінцевого попиту Y_i.

Зауваження 2. Вищеописана методика має місце для міжгалузевої економіки в умовах міжгалузевого інвестування галузей, тобто за переставлення кінцевого попиту Y_i виглядом:

$$Y_i(t) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{m} \gamma_{ij} I_j(t) + C_i(t), i = \overline{1, r}, \\ C_i(t), i = \overline{r+1, m}, \end{cases}$$

де r – кількість фондоутворюючих галузей – галузей, які інвестують інші галузі;

$m - r$ – кількість нефондоутворюючих галузей;

γ_{ij}, $j = \overline{1, m}$, $i = \overline{1, r}$ – коефіцієнти міжгалузевого інвестування галузей, $\sum_{i=1}^{r} \gamma_{ij} = 1$ для всіх $j = \overline{1, m}$, $\gamma_{ij} = 0$ для всіх $i = \overline{r+1, m}$.

Висновки з проведеного дослідження. Запропоновано та проведено дослідження моделі оптимального розвитку узагальненої міжгалузевої економіки з різними видами діяльності.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Математическая экономика на персональном компьютере / М. Кубонива, М. Табака, С. Табака, Ю. Хасэбэ; под ред. М. Кубонива. М.: Финансы и статистика, 1991. 304 с.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. Принцип максимума в теории оптимального управления. М.: Наука и техника, 1974. 272 с.
3. Григорків В.С., Ярошенко О.І. Моделювання оптимальної кредитної стратегії ріелтора. Економіка кібернетика. 2007. № 1–2(43–44). С. 4–9.
4. Основы теории оптимального управления / В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов и др.; под ред. В.Ф. Кротова. М.: Высшая школа, 1990. 430 с.
5. Бойчук М.В., Шмуригіна Н.М. Моделювання та оптимізація еколого-економічних систем міжгалузевих балансів з інвестиційними запізненнями. Чернівці: Місто, 2013. 212 с.
6. Бойчук М.В., Семчук А.Р. Моделювання та оптимізація повного циклу однопродуктової макроекономіки зростання з урахуванням еконологічного фактору. Чернівці: Місто, 2012. 208 с.
7. Математичне програмування / І.М. Богаєнко, В.С. Григорків, М.В. Бойчук, М.О. Рюмшин. К.: Логос, 1996. 266 с.
8. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 1986. 319 с.
9. Ясинський В.К. Основи обчислювальних методів. Чернівці: Золоті литаври, 2005. 396 с.

REFERENCES:

1. Kuboniva M., Tabaka M., Tabaka S., Khasebe YU. (1991) Matematicheskaya ekonomika na person-al'nom komp'yutere [Mathematical Economics on a Personal Computer].
2. Gabasov R., Kirillova F. (1974) Printsip maksimuma v teorii optimal'nogo upravleniya [The maximum principle in the theory of optimal control]. Moscow: Science and Technology. (in Russian)
3. Hryhorkiv V.S., Yaroshenko O.I. (2007) Modelyuvannya optymal'noyi kredytnoyi stratehiyi rieltora [Modeling of the realtor optimal credit strategy]. Economy cybernetics. No 1-2 (43-44). pp. 4-9.
4. Krotov V.F., Lagosha B.A., Lobanov S.M. et al. (1990) Osnovy teorii optimal'nogo upravleniya [Basis of the theory of optimal control]. Moscow: Higher School. (in Russian)
5. Boychuk M.V., Shmuryhina N.M. (2013) Modelyuvannya ta optymizatsiya ekoloho-ekonomichnykh system mizhhaluzevykh balansiv z investytsiynymy zapiznennyamy [Modeling and optimization of ecological-economic systems of inter-industry balances with investment delays]. Chernivtsi: City. (in Ukrainian)
6. Boychuk M.V., Semchuk A.R (2012) Modelyuvannya ta optymizatsiya povnoho tsyklu odnoproduktovoyi makroekonomiky zrostannya z urakhuvannyam ekolohichnoho faktora [Modeling and optimization of the complete cycle of one-product macroeconomics of growth, taking into account the environmental factor]. Chernivtsi: City. (in Ukrainian)
7. Bohayenko I.M., Hryhorkiv V.S., Boychuk M.V., Ryumshyn M.O. (1996) Matematychne prohramuvannya [Mathematical programming]. Kyiv: Logos. (in Ukrainian)
8. Akulich I.L. (1986) Matematicheskoye programmirovaniye v primerakh i zadachakh [Mathematical programming in examples and problems]. Moscow: Higher School. (in Russian)
9. Yasinsky V.K. (2005) Osnovy obchyslyuval'nykh metodiv [The basis of computational methods]. Chernivtsi: Gold Lithavers. (in Ukrainian)

Boychuk M.V.
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Senior Lecturer at Department of Economic and Mathematical Modelling
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University
Makhanets L.L.
Candidate of Economic Sciences,
Senior Lecturer at Department of Economic and Mathematical Modelling
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University

OPTIMAL GROWTH MODELLING OF THE GENERALIZED DYNAMIC INTERINDUSTRY ECONOMICS WITH VARIOUS KINDS OF ACTIVITY

The input-output model (Leontief model) has some assumption. It is assumed that there is only one production technology (process or type of activity) in each industry. If these restrictions drop and make an assumption that each branch has several (but a finite number of technologies), we get a model that is called a generalized model of Leontief, i.e., a generalized model of inter-branch relationships with different types of activities (production technologies).

Therefore, relevant, both theoretically and in practical terms, is the study of optimal dynamic systems with generalized interindustry connections for different types of activities. In addition, the industry or several industries do not invest in other ones at the level of large corporations or the state.

The study of optimal dynamic systems is carried out in two directions. The first direction includes works, in which the necessary optimal conditions are used to study the optimal dynamic systems – the Pontryagin's principle.

The second direction includes works, in which sufficient conditions of optimality are used for research.

The sufficient optimal conditions are used to study the optimal dynamic system with a generalized intersectoral connection for various types of activity in this paper.

The model of optimal growth of a generalized dynamic interindustry economics with various kinds of activity (production technologies) is proposed in the paper. In mathematical terms, the model is the task of optimal control. Control in model consists of consumption, gross investment, labour, level of activity, and final demand. The model was explored. Optimal control of gross investment, consumption and labour force can be identified as one of the numerical methods for solving nonlinear programming tasks. The optimal process is determined.

The proposed method can be used for interindustry economics in conditions of inter-branch investment.