# ФОРМАЛІЗОВАНИЙ АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСУ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ В УМОВАХ СТОХАСТИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

# A FORMALIZED ALGORITHM FOR OPTIMIZING THE DECISION-MAKING PROCESS IN CONDITIONS OF STOCHASTIC UNCERTAINTY

УДК 519.863
DOI: https://doi.org/10.32843/infrastruct55-33

**Дебела І.М.**[1]
к.с.-г.н., доцент
Херсонський державний
аграрно-економічний університет

**Debela Iryna**
Kherson State Agrarian
and Economic University

*Досліджено формальний алгоритм оптимізації процесу прийняття рішення як реалізація стійких станів системи, що забезпечує прогнозовану динаміку, компенсує структурну, параметричну невизначеність системи управління. Процес прийняття рішень в умовах невизначеності пропонується розбивати на етапи: специфікація та формалізація моделі прийняття рішень; вибір методів та алгоритмів побудови альтернатив з урахуванням особливостей вибраної моделі прийняття рішень. Параметрична невизначеність описана як інтервальна оцінка можливих значень досліджуваного параметра. Моделювання процесу управління в умовах стохастичної невизначеності базується на визначенні досліджуваного об'єкта як складної системи. Перспективним напрямом дослідження цієї тематики є математичне визначення функції розподілу значень у межах інтервалу, яку можна формалізувати на основі експертних оцінок або як евристичну функцію розподілу ймовірностей непрогнозованих подій.*

**Ключові слова:** *параметрична невизначеність, модель, алгоритм, складна система, інтервальні оцінки, математичне сподівання, дисперсія.*

*Исследован формальный алгоритм оптимизации процесса принятия решения как реализация устойчивых состояний системы. Процесс принятия решений в условиях неопределенности предлагается разбивать на этапы: спецификация и формализация модели принятия решений; выбор методов и алгоритмов построения альтернатив с учетом особенностей выбранной модели принятия решений. Параметрическая неопределенность описана как интервальная оценка возможных значений исследуемого параметра. Моделирование процесса управления в условиях стохастической неопределенности базируется на определении исследуемого объекта как сложной системы. Перспективным направлением исследования выбранной темы является математическое моделирование функции распределения значений в пределах интервала, которую можно формализовать на основе экспертных оценок или как эвристическую функцию распределения вероятностей неблагоприятных непрогнозируемых событий.*

**Ключевые слова:** *параметрическая неопределенность, модель, алгоритм, сложная система, интервальные оценки, математическое ожидание, дисперсия.*

*One of the main tasks of the decision support theory is the study of methods and tools for solving the problem of minimizing the negative consequences and risks in choosing strategic directions for the development of the studied system - the object of management. The formal algorithm of the optimization in conditions of the decision-making process stochastic uncertainty, and realization of steady states in system is investigated. The purpose of the algorithm model is to provide the predicted dynamics, compensation of structural, parametric uncertainty of the control system. The ambiguity of the choice the alternative solutions and as a consequence – the inadequacy of the mathematical model, due to the significant amount of stochastic and functional relationships, different ways of presenting input data, the impossibility formalizing the studied processes. Solutions in conditions of partial or complete uncertainty can be found by searching for elements of a set the alternatives, each of which with some probability may be the optimal solution. If statistical observations of the studied object or management process are incomplete, insufficiently formalized, or impossible at all, then the uncertainty of the decision to predict the directions of their possible development is clear. The decision-making process in conditions of uncertainty is proposed to be divided into stages: specification and formalization of the decision-making model; choice methods and algorithms for constructing alternatives taking into account the peculiarities of the chosen decision-making model. Parametric uncertainty is described as an interval estimate of possible values of the studied parameter. The interval can be strictly limited by numerical values, or with not clear limits – descriptive qualitative variables. Modeling of the control process in conditions of stochastic uncertainty is based on the definition of the object under study as a complex system. A promising area of research on this topic is a mathematical description of the value distribution function within the interval, which can be formalized on the basis of expert estimates, or as a heuristic probability distribution function of unpredictable events.*

**Key words:** *parametric uncertainty, model, algorithm, complex system, interval estimates, mathematical expectation, variance.*

**Постановка проблеми.** Одним з основних завдань теорії підтримки прийняття рішення є дослідження методів та інструментарію рішення задачі мінімізації негативних наслідків невизначеності та ризиків під час вибору стратегічних напрямів розвитку досліджуваної системи – об'єкта управління. Успіх та якість рішення цієї задачі визначаються на етапі формування вхідних даних моделі: повноти статистичної інформації, прогнозованості факторів ризику на період дослідження, наявності методів та алгоритмів парування невизначеності. Дослідження моделей систем управління залежно від ступеню та характеру невизначеності вхідної інформації про об'єкт управління можна розбити на два класи задач прийняття рішення: в умовах повної або часткової невизначеності; в умовах ризику. Вхідну інформацію прийняття рішення в умовах ризику можливо подати функцією розподілу ймовірності випадкових величин. Фактори невизначеності виключають існування навіть таких стохастичних вхідних даних. Побудова алгоритмічних моделей систем управління в умовах стохастичної невизначеності знаходиться на стадії досліджень і є актуальною науковою проблемою.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Системні властивості економічних рішень роз-

[1] ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7990-4202

глянуто в публікаціях В.В. Вітлінського, П.Г. Верченко, С.І. Наконечного. Концептуальні моделі економічних процесів в умовах невизначеності досліджуються у публікаціях Г.І. Великоіваненко, С.М. Братушка, С.С. Павліщенко. Теоретичні основи методу статистичного моделювання та прогнозування економічних процесів описано в роботах А.М. Єріна, О.І. Чумаченко. Стохастична економіко-математична модель аграрного підприємства є предметом досліджень С.А. Нужної, П.М. Грицюк, М.І. Манько.

Вивчення останніх досліджень і публікацій актуалізує пошук нових методів математичної алгоритмізації задач управління економічними процесами в умовах стохастичної невизначеності.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Залежно від змісту задачі її вхідними даними можуть бути детерміновані або випадкові значення змінних. Детермінованість змінних забезпечує єдине оптимальне рішення в однозначно визначених умовах [1, с. 25–439]. Неоднозначність рішення і, як наслідок, неадекватність математичної моделі зумовлені значним обсягом стохастичних та функціональних взаємозв'язків, різними способами подання вхідних даних, неможливістю формалізації досліджуваних процесів. Рішення в умовах часткової або повної невизначеності можна знайти перебором елементів множини альтернатив, кожна з яких з деякою ймовірністю може бути оптимальним рішенням. Якщо статистичні спостереження за досліджуваним об'єктом або процесом управління є не повними, недостатньо формалізованими або неможливими взагалі, то невизначеність прийняття рішення щодо прогнозування напрямів їх можливого розвитку існує однозначно [2, с. 18–21].

Можна виділити два основних типи невизначеності, що ускладнюють процес математичної формалізації прийняття рішення:

1) структурна, якщо не визначено однозначно критерій ефективності, кількість часткових критеріїв оптимізації, їх взаємозв'язок та ступінь впливу на результат;

2) параметрична, коли частина параметрів моделі не визначені, стохастичні, або не детерміновані.

У процесі аналізу систем управління в умовах невизначеності виникають проблеми структурної та параметричної ідентифікації моделі. Сам процес прийняття рішень в умовах невизначеності розділяється на дві рівнозначні задачі:

– специфікація та формалізація моделі прийняття рішень;

– вибір методів та алгоритмів побудови альтернатив з урахуванням особливостей вибраної моделі прийняття рішень.

Узагальнена параметрична невизначеність може бути представлена як обмежений інтервал можливих значень параметра. Інтервал може бути строго обмежений числовими значеннями або з нечіткими межами – описовими якісними змінними.

Статистична оцінка параметрів моделі можлива лише за умови однорідності досліджуваної статистичної сукупності в часі, тобто коли функція випадкової величини – станів системи прийняття рішення – стаціонарна [3, с. 13–33]. В економічних умовах сьогодення (переорієнтація економіки, пандемія, динамічна зміна попиту та пропозицій) для більшості категорій управлінських рішень це практично неможливо, тому доцільно формалізувати невизначеність як інтервальні оцінки досліджуваних параметрів. Функція розподілу значень у межах інтервалу визначається на основі експертних оцінок або як евристична функція розподілу ймовірності, функція належності нечіткої множини або функція інтервальної невизначеності. Такий підхід зумовлює необхідність застосування специфічних методів алгоритмізації моделі систем управління та підтримки прийняття рішення.

Алгоритм прийняття оптимального рішень в умовах інтервальної невизначеності включає такі етапи:

– формування множини можливих альтернатив $X=\left\{x_k\right\},\left(k=1\div s\right)$;

– визначення критеріїв оцінки якості альтернатив $x\in X$, узгоджених із метою дослідження;

– вибір оптимального рішення $\tilde{x}\in X$ із множини можливих альтернатив.

Множина можливих альтернатив X (допустимих рішень задачі оптимізації) формується на основі змістовного аналізу та вхідних параметрів задачі, можливо, у неформалізованому вигляді як підмножина області існування системи обмежень задачі у вигляді нерівностей або рівнянь (1):

$$\begin{cases} G_j\left(x,c_j\right)\le 0, j=1\div m; \\ Q_i\left(x,c_i\right)=0, ; i=1\div n \end{cases}, \qquad (1)$$

де $x$ – $n$-вимірний вектор керованих змінних ($x\in R^n$);

$G_j$ – оператор-функціонал, що визначає специфікацію математичної моделі відповідного обмеження;

$c_i$ – кількісні оцінки параметрів моделі.

Етап оптимізації пов'язаний із визначенням критеріїв вибору альтернатив із множини $X$ [4, с. 128–135]. Припустимо, що кожна альтернатива описана різними частковими критеріями очікуваного значення $K_i\left(x\right)$.

Критерій очікуваного значення фактично є екстремальним значенням функції корисності. Критерій очікуваного значення можна визначити як максимум очікуваного середнього прибутку або мінімум очікуваних середніх витрат [1, с. 525]. Тобто на множині $K=\left\{K_i\left(x\right)\right\}$ існує модель кількісного оцінювання рішення $x\in X$ із множини а льтернатив.

$$\tilde{x} = Z(x) = F\{b_i, K\} \to exstr, \qquad (2)$$

де $F$ – оператор формалізованого опису структури моделі;

$b_i$ – кількісні оцінки параметрів моделі, наприклад вагові коефіцієнти часткових критеріїв, вартість витратних ресурсів, ціни на продукцію.

У традиційній постановці задачі оптимізації екстремальне значення функції корисності є оптимальним рішенням. Але обов'язковою умовою є детермінованість математичної моделі об'єкта дослідження, що означає повну визначеність структури та обмежені кількісні характеристики моделі. Фактично модель (1)–(2) не враховує ступінь невизначеності та неповноти інформації про структурні особливості об'єкта дослідження та стохастичну оцінку параметрів.

Для динамічних оптимізаційних систем характерною є зміна процесів функціонування структури, складу та кількості параметрів, критеріїв очікуваного значення у часі. Тобто для моделей таких систем необхідно сформулювати алгоритм прийняття рішення для різних сценаріїв поведінки зовнішнього середовища *y(t)* – станів природи [1, с. 526]. Кожному сценарію має відповідати певна умовно оптимальна поведінка системи. Формально цю вимогу можна врахувати, включивши в модель (1)–(2) фактор часу. Тоді кожній реалізації окремого сценарію впливу зовнішнього середовища *y(t)* відповідатиме деяке оптимальне управління $\tilde{x}$ із множини альтернатив $X = \{x_k\}, (k = 1 \div s)$

$$\tilde{x} = Z(x, y, t) \to exstr\,,\ x \in R^n, y \in R^n; \qquad (3)$$

$$G_j(x, c_j, y, t) \le 0, j = 1 \div m; \qquad (4)$$

$$Q_i(x, c_j, y, t) = 0, i = 1 \div n. \qquad (5)$$

Проблема реалізації моделі (3)–(5) полягає у непередбачуваності, не контрольованості впливу зовнішнього середовища на рівні окремої локальної системи. Тому можливим є лише евристичний підхід до оцінки можливих значень функції *y(t)*. Для нестаціонарних систем обмеження (3)–(5), що визначають множину можливих альтернатив $X$, явно залежать від вибраного сценарію поведінки зовнішнього середовища, і ця залежність зовсім не лінійна.

Незначні варіації *y(t)* можуть призвести до не пропорційно великих коливань вихідних характеристик моделі, тому для динамічних систем задачу оптимізації доцільно розбити на дві окремі підзадачі.

Перша задача включає у себе формування множини альтернатив $X = \{x_k\}, (k = 1 \div s)$ та станів природи $y_i(t)$, $(i = 1 \div n)$ досліджуваного часового інтервалу $[t_0, t_n]$ прийняття рішень. Математична модель цієї задачі має відповідати на питання «що буде за умови вибору певного стану $y_i(t)\ldots$». На момент $t_0$ мета задачі вважається сформульованою і незмінною. Це дасть змогу математично описати відповідну їй цільову функцію, яка оптимізується шляхом вибору відповідних значень керованих змінних $x_k$. Таким чином, для кожного стану природи $y_i(t)$ для кожного моменту часу $t_i$ буде визначено рішення $\{x_k^i\}$, що відповідає екстремальному значенню цільової функції $Z(x, y, t)$.

Друга задача є задачею вибору стратегії поведінки досліджуваної системи в початковий момент $t_0$, за умови, що в інтервалі $[t_0, t_n]$ зміна початкового рішення x($t_0$) неможлива. У процесі реалізації проєкту, коли деякі рішення мають незворотний характер, важливо щоб у момент $t_0$ прийняте рішення було оптимальним та економічно доцільним.

Математично невизначеність призводить до введення в модель (3)–(5) випадкової величини *ε*, що ускладнює форму залежності – функцію опису досліджуваного процесу $f(x)$:

$$y = f(x, a, \varepsilon). \qquad (6)$$

Оцінка ступеня впливу випадкового фактора ε на якість оптимізаційних рішень дасть змогу скоректувати модель і за можливості парувати невизначеність.

Послаблення впливу невизначеності можна досягти кількома способами. Найпростішим є заміна випадкових величин ε їх математичними сподіваннями $M(\varepsilon)$, тобто перехід від стохастичних до детермінованих величин:

$$y = f(x, a, M(\varepsilon)). \qquad (7)$$

Або, формалізувавши оптимізаційну модель у вигляді:

$$y = M[f(x, a, \varepsilon)], \qquad (8)$$

де $M[f(x, a, \varepsilon)]$ – математичне сподівання функції розподілу станів досліджуваного процесу.

Тоді узагальнена задача оптимізації в умовах невизначеності може бути представлена моделлю виду:

$$Z(X, \tilde{\varepsilon}) = \underbrace{exstr}_{x \in D}[f_1(X), f_2(X), \cdots, f_n(X); \tilde{\varepsilon}], \qquad (9)$$

де $\tilde{\varepsilon}$ – вектор випадкових величин, що відображує невизначеність процедури відбору критеріїв оптимізації;

$X$ – вектор альтернатив $X = \{x_i\} \in R^n$.

Область оптимізації $D = D(x, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$ обмежена інтервалами:

$$\begin{cases} f_1(x, a, \varepsilon_1) \ge b_i; \\ a_i(x; \varepsilon_2) \le x_i \le b_i(x; \varepsilon_2); \\ x_i \ge 0, i = 1 \div n, \end{cases} \qquad (10)$$

де $\varepsilon_1$ – випадкова величина-компонента, функція розподілу якої (або її числові характеристики) визначає невизначеність граничних умов задачі;

$\varepsilon_2$ – детермінована компонента, визначає зміну початкових умов задачі.

Задача (9)–(10) належить до задач стохастичного програмування, функціональні залежності якої задані неявно. Побудова таких математичних моделей передбачає заміну випадкових величин

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ їх математичними сподіваннями, тобто обчислення інтегралів складних функцій, що не тільки збільшує похибку, а й значно ускладнює процес моделювання.

Моделювання процесу управління в умовах стохастичної невизначеності доцільно почати з означення досліджуваного об'єкта як складної системи, що складається з n підсистем ($n = \{n_i\}, i = 1 \div N$), що утворюють впорядковану множину можливих станів S=$\{S_j\}$, ($j = 1 \div m$).

Оптимальна стратегія $\widetilde{\vartheta_k}$ вибирається з множини можливих стратегій $(\widetilde{\vartheta_k} \in ©)$, кожна з яких складається з множини оптимальних функцій – кроків управління $\widetilde{\vartheta_k} = \left[\widetilde{g_1}, \widetilde{g_2}, \cdots, \widetilde{g_t}\right]$, виконання яких на *j*-му кроці для стану $S_j$ однозначно визначає рішення $\tilde{y}_j = \widetilde{g_j}\left(S_j\right); j = 1 \div m$. Кожний окремий стан системи $S_j$ підмножини $S_2$, або $S_3$ можна оцінити рівнем втрат ефективності функціонування системи: існуюче або майбутнє зменшення доходів, зниження рентабельності виробництва, інфляційні коливання рівня цін на сировину, продукцію і т. д.

Кожному стану системи $S_j$ можна поставити у відповідність вектор витрат $R_j$ – втрати ефективності функціонування системи

$$R_j = \left(r_{j1}, r_{j2}, \cdots r_{ji}, r_{jn}\right), \tag{11}$$

де $r_{ji}$ – оцінка зменшення ефективності підсистеми n у стані $S_j$, приведена за одиницю часового інтервалу дослідження.

Для компенсації втрат ефективності системи в станах $S_3$, $S_2$ може бути застосована одна з можливих реалізацій $\vartheta_k \in ©$ з повної множини альтернатив – можливих стратегій у стані системи $S_j$.

Кожна альтернатива пов'язана з витратами на її реалізацію – ціна альтернативи. Ці витрати $C_{ji}$ $(= 1 \div m)$ можна вважати вартісною оцінкою переходу системи зі стану $S_j$ у стан $S_i$ сукупності підмножин $S_3$, $S_2$.

Множина можливих станів системи, їхні числові параметри (імовірність стану $p_j$, відповідна величина збитків $C_j$) є початковими умовами та формуються на основі попереднього аналізу та статистичних характеристик системи дослідження.

**Висновки з проведеного дослідження.** Оптимальна стратегія управління описово є алгоритмом реалізації стійких станів системи, що забезпечує прогнозовану динаміку, компенсує структурну, параметричну невизначеність системи дослідження. Процес прийняття рішень в умовах невизначеності доцільно розбити на етапи: специфікація та формалізація моделі прийняття рішень; вибір методів та алгоритмів побудови альтернатив з урахуванням особливостей вибраної моделі прийняття рішень. Параметричну невизначеність доцільно розглядати в межах інтервалу можливих значень параметра. Функція розподілу значень у межах інтервалу визначається на основі експертних оцінок як евристична функція розподілу ймовірності.

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:


1. Хэмди А., Таха. Введение в исследование операций : учебное пособие ; 6-е изд. Москва : Вильямс, 2001. 912 с.
2. Чумаченко О.І. Методи вирішення задач нечіткої оптимізації у системах підтримки прийняття рішення. *Адаптивні системи автоматичного управління.* 2010. № 2(17). С. 18–21. URL: https://doi.org/10.20535/1560-8956.17.2010.33568.
3. Вітлінський В.В. Моделювання економіки : навчальний посібник. Київ : КНЕУ, 2003. 408 с.
4. Петров Э.Г., Губенко Е.В. Условия устойчивого функционирования социально-экономических систем. *Системні дослідження та інформаційні технології.* 2013. № 1. С.128–135.
5. Вітлінський В.В., Верченко П.Г. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навчальний посібник. Київ : КНЕУ, 2000. 292 с.
6. Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування : навчальний посібник. Київ : КНЕУ, 2001. 170 с.
7. Нужна С.А. Математичні аспекти моделювання та планування діяльності агропромислових підприємств в умовах невизначеності. *Вісник ДДАЕУ.* 2016. № 3(41). С. 128–133.


## REFERENCES:


1. Hamdy A., Taha (2001) Vvedenye v yssledovanye operatsyi [Introduction to operations research]. Moscow: Williams. (in Russian)
2. Chumachenko O.I. (2010) Metody vyrishennja zadach nechitkoji optymizaciji u systemakh pidtrymky pryjnjattja rishennja [Methods for solving fuzzy optimization problems in decision support systems]. *Adaptive automatic control systems,* no. 2(17), pp 18–21.
3. Vitlinsky V.V. (2003) Modeljuvannja ekonomiky [Modeling of economy]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)
4. Petrov E.G., Gubenko E.V. (2013) Uslovyja ustojchyvogho funkcyonyrovanyja socyaljno-ekonomycheskykh system [Conditions for sustainable functioning of socio-economic systems]. *Systems research and information technology,* no. 1, pp. 128–135.
5. Vitlinsky V.V., Verchenko P.G. (2000) Analiz, modeliuvannia ta upravlinnia ekonomichnym ryzykom [Analysis, modeling and management of economic risk]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian).
6. Erina A.M. (2001) Statystychne modeljuvannja ta proghnozuvannja [Statistical modeling and forecasting]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian).
7. Nuzhna S.A. (2016) Matematychni aspekty modeljuvannja ta planuvannja dijaljnosti aghropromyslovykh pidpryjemstv v umovakh nevyznachenosti [Mathematical aspects of modeling and planning of agro-industrial enterprises in conditions of uncertainty]. *Bulletin of the State Agrarian University of Ukraine,* no. 3(41), pp. 128–133.